スキルアップ入試問題

ランダムウォーク

１．数直線上の原点に点 P がある。点 P は,硬貨を投げて表が出れば$+1$，裏が出れば-1 進むとする。 このとき、次の問いに答えよ。

(1) 硬貨を 10 回投げたとき、点 P が$+4$ にいる確率を求めよ。

(2) 硬貨を 10 回投げたとき、点 P が 1 回目以降原点も負の部分も通らずに$+4$ にいる確率を求めよ。

（山口大）

２．点 P は初め数直線上の原点 O にあって、必ず 1 秒毎に右(正の方向)または左の方向(負の方向)に距離 1 だけ移動する。右に距離 1 だけ移動する確率は$\dfrac{2}{3}$である。

(1) 点 P が 5 秒後に初めて-1 に到達する確率を求めよ。

(2) 点 P が 6 秒後に 2 にある確率を求めよ。

(3) 点 P が 3 秒後の位置が 1 で、かつ 6 秒後は原点 O にある確率を求めよ。

（北里大 改）

３．動点 P は原点$(0,0)$から出発して､座標平面の点(m,n)(m,n は整数)の上を動く。P が(m,n)にいるとき、さいころを投げて出た目が 1 または 2 なら$(m+1,n)$へ、3 または 4 なら$(m-1,n)$へ、5 なら$(m,n+1)$へ、6 なら$(m,n-1)$へ進む。次の問いに答えよ。

(1) さいころを 2 度投げて点$(1,1)$に到達する確率を求めよ。

(2) さいころを 4 度投げて点$(2,2)$に到達する確率を求めよ。

(3) さいころを 4 度投げて点$(1,1)$に到達する確率を求めよ。

（大阪電気通信大）

４．さいころを投げて出た目の数だけ数直線上を動く点 P がある。P は負の数の点にあるときは右に、正の数の点にあるときは左に動くものとする。また、P ははじめ-5 の点にあり、原点または 5 の点に止まったら、それ以上さいころを投げることができないとする。

(1) 2 回目に P が 5 の点に止まる確率を求めよ。

(2) 2 回目に P が原点に止まる確率を求めよ。

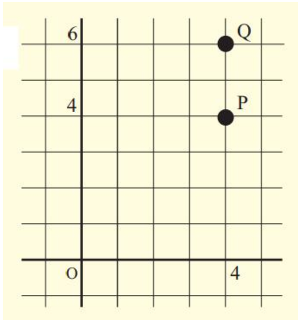
（センター試験 改）

５．x 軸上に点 P がある。サイコロを投げて、6 の約数の目が出たとき、P はx 軸の正の方向に 1 だけ進み、6 の約数でない目が出たとき、P はx 軸の負の方向に 1 だけ進む

ことにする。 点 P は最初原点にあるものとして、次の問いに答えよ。
(1) サイコロを 4 回投げたとき、$x = 2$ の点にある確率を求めよ。
(2) サイコロを 4 回投げたとき、$x = 3$ の点にある確率を求めよ。

（関西学院大学 改）

６． 右図のようなます目がある。A は硬貨を 1 枚投げて,表が出たら右へ 1 目盛り、裏が出たら上へ 1 目盛り進む。B は別に硬貨を 1 枚投げて,表が出たら左へ 1 目盛り、裏が出たら下へ 1 目盛り進む。A , B ともに、1 分ごとに同時にそれぞれ硬貨を投げ、1 目盛り進むものとし、6 回くり返す。
(1) A は点 O(0 , 0)から、B は点 P(4 , 4)から同時に出発するとき、点(1 , 3)で出合う確率を求めよ。
(2) A は点 O(0 , 0)から、B は点 Q(4 , 6)から同時に出発するとき、A と B が出合う確率を求めよ。



（大阪教育大）

７． x 軸上を動く点 A があり、最初は原点にある。コインを投げて表が出たら正の方向に 1 だけ進み、裏が出たら負の方向に 1 だけ進む。 コインを 6 回投げて、点 A を動かすとき、次の確率を求めよ。
(1) 6 回の移動後に、点 A が原点に戻る確率
(2) 点 A が 2 回目に原点に戻り、かつ 6 回目に原点に戻る確率

（埼玉大 改）

８． 点 P ははじめ数直線上の原点 O にあり、さいころを 1 回投げるごとに,偶数の目が出たら数直線上を正の方向に 3 , 奇数の目が出たら負の方向に 2 だけ進む。10 回さいころを投げるとき、次の問いに答えよ。
(1) 点 P が原点 O にある確率を求めよ。
(2) 点 P の座標が 19 以下である確率を求めよ。

（北里大 改）

９． 数直線上の原点に点がある。この点は、サイコロを振って出た目が 1 または 2 のとき正の方向に 1 進み、出た目が 3 または 4 のときは移動せず、出た目が」5 または 6 のとき負の方向に 1 進む。n 回サイコロを振った後の点の位置を P(n)で表すこととする。
このとき、次の問いに答えよ。

問１ P(1) = 0 , P(2) = 0 となる確率は$\dfrac{[\ ア\ ]}{[\ イ\ ]}$, P(1) ≠ 0 , P(2) = 0 となる確率は$\dfrac{[\ ウ\ ]}{[\ エ\ ]}$である。したがって、P(2) = 0 となる確率は$\dfrac{[\ オ\ ]}{[\ カ\ ]}$である。

問２　$P(3)=0$ となる確率は$\dfrac{[\ キ\ ]}{[\ ク\ ]}$であり、$P(1)\neq 0$, $P(2)\neq 0$, $P(3)=0$ となる確率は$\dfrac{[\ ケ\ ]}{[\ コ\ ]}$である。また、$P(3)=0$ となるとき、少なくとも 1 回 $P(k)=0$ ($k=1,2$) である確率は$\dfrac{[\ サ\ ]}{[\ シ\ ]}$である。

（岩手医科大）

10. 平面座標(x , y)上を動く点 P が原点 0 の位置にある。1 個のさいころを投げて 1 または素数の目が出たときには P は x 軸正の向きに 1 だけ進み、他の目が出たときには P は y 軸正の向きに 1 だけ進む。

問１　さいころを 3 回投げたとき、P が点(2 , 1)にいる確率は$\dfrac{[\ ア\ ]}{[\ イ\ ]}$である。

問２　さいころを 6 回投げたとき、P が点(6 , 6)にいる確率は$\dfrac{[\ ウ\ ]}{[\ エ\ ]}$である。

問３　さいころを 6 回投げたとき、3 回目に P が点(2 , 1)にいて、6 回目に点(3 , 3)にいる確率は$\dfrac{[\ オ\ ]}{[\ カ\ ]}$である。

問４　さいころを 6 回投げて P が点(3 , 3)にいる。このとき、さいころを 3 回投げて P が点(2 , 1)にいた確率は$\dfrac{[\ キ\ ]}{[\ ク\ ]}$である。

問５　P の座標が $x=3$ あるいは $y=3$ となるまで、さいころを複数回投げる。このとき、P の x 座標が 3 となる確率は$\dfrac{[\ ケ\ ]}{[\ コ\ ]}$であり、P の y 座標が 3 となる確率は$\dfrac{[\ サ\ ]}{[\ シ\ ]}$である。

（岩手医科大）

11. 数直線上に人がいて、サイコロを投げて出た目が 4 以下のときは数直線上を正の向きに 1 進み、出た目が 5 または 6 のときはそのままの位置に留まる。1 回サイコロを投げた際正の向きに 1 進む確率は（ ア ）である。最初にこの人が原点 O(0)にいるとし、3 回サイコロを投げた後の位置の座標を X とすると、$X=r$ である確率は（ イ ）, X の期待値は（ ウ ）となる。ただし、r は $0\leqq r\leqq 3$ を満たす整数とする。

（関西医科大）

12. 下図のような盤とコマを一つ用意する。盤上の 9 個の点（・ ）を頂点と呼ぶ。このとき、次の(i)〜(iii)の規則に従って、ゲームを行う。

(i) 1 枚のコインを投げて出た表裏に応じて、盤上の頂点にあるコマを動かす。

(ii) コイン投げの結果が表のときは、コマを右方向に 1 目盛動かす。ただし、その位置に頂点がない場合は動かさない。裏のときは、上方向に 1 目盛動かす。この場合も、

その位置に頂点がない場合は動かさない。
(iii) 最初、コマは頂点 S の位置にある。コマが頂点 G の位置に来たとき、ゲームを終了する。

(1) ちょうど 4 回のコイン投げでゲームが終了する確率は$\dfrac{[\text{ア}]}{[\text{イ}]}$である。

(2) 6 回以内のコイン投げでゲームが終了する確率は$\dfrac{[\text{ウエ}]}{[\text{オカ}]}$である。

（青山学院大）

.

13. 1 辺の長さが 1 の正三角形の頂点を時計回りの順に A , B , C とし、頂点 A に 1 つの小石をおく。この小石を次のルールに従って時計回りに辺上を動かすゲームを行う。白玉 2 個, 赤玉 3 個が入っている袋から玉を 2 個同時に取り出し、色を見てからもとにもどす。この 1 回の試行で、取り出した 2 個の玉の色が同じとき小石を 2 だけ動かし、取り出した 2 個の玉の色が異なるとき、小石を 1 だけ動かす。ゲームを続けて、最初に頂点 A にちょうど小石がもどったときにゲームを終了する。
(1) 1 回の試行で、取り出した 2 個の玉の色が同じである確率を求めよ。
(2) ちょうど 1 周してゲームが終了する確率を求めよ。
(3) ちょうど 2 周してゲームが終了する確率を求めよ。

（日本女大 理）

14. 座標平面上で、点 P は原点 O を出発点とし、サイコロを投げて奇数の目が出ればその目の分だけ x 軸と平行に正の方向に進み、偶数の目が出ればその目の分だけ y 軸と平行に正の方向に進むものとする。n を 2 以上の自然数とするとき，次の問に答えよ。
(1) サイコロを 3 回投げ終えたとき、点 P の x 座標と y 座標が等しくなる確率を求めよ。
(2) サイコロを n 回投げ終えたとき、点 P の y 座標が 2 となる確率を n を用いて表せ。
(3) サイコロを $n-1$ 回投げ終えたときには点 P の y 座標が 2 以下であり、かつ n 回投げ終えたときに点 P の y 座標が 4 以上である確率を n を用いて表せ。

（佐賀大）

15. 数直線上の点 P は、1 回さいころを投げるごとに、出た目が 2 以下ならば正の方向に距離 2 移動し、出た目が 3 以上ならば正の方向に距離 1 移動する。いま、点 P が原点にあるとき、次の問いに答えなさい。
(1) さいころを 5 回投げたときに、点 P が原点から距離 7 の位置にある確率を求めなさい。
(2) 原点から点 P までの距離を x とする。さいころを 4 回投げたとき、x が不等式 $x^2-8x+15 \leqq 0$ を満たす確率を求めなさい。

（福島大）

16. 原点を出発点として数直線上を動く点 P がある。次のような試行を考える。さいころを 1 回投げて、5 以上の目が出たときは点 P を正の向きに 1 だけ進め、4 以下の目が出たときは負の向きに 2 だけ進める。このような試行について、次の問いに答えよ。

(1) この試行を 3 回行うとき、点 P が原点の位置にくる確率を求めよ。

(2) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目に原点の位置にくる確率を求めよ。

(3) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目のみ原点の位置にくる確率を求め よ。

（山口大）

17. 数直線上の座標 x に点 P があるとき、表と裏がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で出る硬貨 2 枚を 1 回投げて、点 P の位置を次のように決める。

(i) 2 枚とも表が出たときは、座標 $x+1$ に移動する。

(ii) 2 枚とも裏が出たときは、座標 $x-1$ に移動する。

(iii) 表と裏が 1 枚ずつ出たときは、移動しない。

点 P の最初の位置を座標 0 とする。硬貨 2 枚を 5 回投げ終わったときに、点 P が次の位置にある確率をそれぞれ求めよ。

(1) 座標 4

(2) 座標 3

(3) 座標 0

（大阪府立大）

解答

１．(1) $\dfrac{15}{128}$　(2) $\dfrac{3}{64}$

２．(1) $\dfrac{8}{243}$　(2) $\dfrac{80}{243}$　(3) $\dfrac{8}{81}$

３．(1) $\dfrac{1}{9}$　(2) $\dfrac{1}{54}$　(3) $\dfrac{5}{54}$

４．(1) $\dfrac{1}{36}$　(2) $\dfrac{5}{36}$

５．(1) $\dfrac{32}{81}$　(2) 0

６．(1) $\dfrac{1}{16}$　(2) $\dfrac{105}{512}$

７．(1) $\dfrac{5}{16}$　(2) $\dfrac{3}{16}$

８．(1) $\dfrac{105}{512}$　(2) $\dfrac{193}{512}$

９．問１　$\dfrac{[\text{ア}]}{[\text{イ}]}=\dfrac{1}{9}$　$\dfrac{[\text{ウ}]}{[\text{エ}]}=\dfrac{2}{9}$　$\dfrac{[\text{オ}]}{[\text{カ}]}=\dfrac{1}{3}$

問２　$\dfrac{[\text{キ}]}{[\text{ク}]}=\dfrac{7}{27}$　$\dfrac{[\text{ケ}]}{[\text{コ}]}=\dfrac{2}{27}$　$\dfrac{[\text{サ}]}{[\text{シ}]}=\dfrac{5}{7}$

10. 問１　$\dfrac{[\text{ア}]}{[\text{イ}]}=\dfrac{4}{9}$　$\dfrac{[\text{ウ}]}{[\text{エ}]}=\dfrac{160}{729}$　$\dfrac{[\text{オ}]}{[\text{カ}]}=\dfrac{8}{81}$

問２　$\dfrac{[\text{キ}]}{[\text{ク}]}=\dfrac{9}{20}$　$\dfrac{[\text{ケ}]}{[\text{コ}]}=\dfrac{64}{81}$　$\dfrac{[\text{サ}]}{[\text{シ}]}=\dfrac{17}{81}$

11. ア $\dfrac{2}{3}$　イ $\dfrac{2^{r+1}}{9(3-r)!\cdot r!}$　ウ 2

12. $\dfrac{[\text{ア}]}{[\text{イ}]}=\dfrac{3}{8}$　$\dfrac{[\text{ウエ}]}{[\text{オカ}]}=\dfrac{25}{32}$

13. (1) $\dfrac{2}{5}$　(2) $\dfrac{87}{125}$　(3) $\dfrac{722}{3125}$

14. (1) $\dfrac{1}{12}$　(2) $\dfrac{n}{3\cdot 2^n}$　(3) $\dfrac{n+1}{3\cdot 2^n}$

15. (1) $\dfrac{80}{243}$　(2) $\dfrac{16}{27}$

16. (1) $\dfrac{2}{9}$　(2) $\dfrac{40}{2187}$　(3) $\dfrac{16}{2187}$

17. (1) $\frac{5}{512}$ (2) $\frac{45}{1024}$ (3) $\frac{63}{256}$