

### 一般入学試験

## 数 学 (70分)

### I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。  
4, 6, 8, 10, 12ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 受験番号欄  
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
  - ② 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

### II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号			

SKR09T003

SECRET

(問題は次ページから始まる)

- 1 (1) 2次関数  $y = \frac{9}{4}x^2 + ax + 4$  のグラフ  $C$  は点  $(2, k)$  を通る。このとき、

$$a = \frac{k - \boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。グラフ  $C$  が直線  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  と接するのは

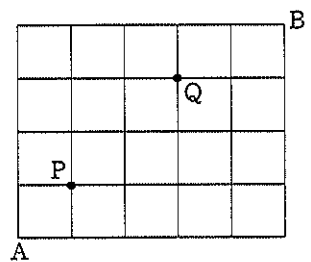
$$k = \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オカ}}$$

のときであり、接点の  $x$  座標はそれぞれ

$$x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- (2) 図のような道路において、 $A$  から  $B$  に行く最短距離の経路のうち、 $P$  または  $Q$  を通る経路は  $\boxed{\text{シス}}$  通りである。また、 $AB$  間を最短距離で往復するとき、 $A$  から  $B$  に行くときは  $P$  も  $Q$  も通り、 $B$  から  $A$  に戻るときは  $Q$  も  $P$  も通らない経路は  $\boxed{\text{センタチ}}$  通りである。



(下書き用紙)

2 連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 1 & \dots\text{①} \\ \log_{\frac{1}{2}}(2x^2+3x-2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x) & \dots\text{②} \\ y^2 \leq 2x-1 & \dots\text{③} \\ 4x+y-3 \geq 0 & \dots\text{④} \end{cases}$$

が表す領域  $D$  を考える。

(1) ②の解は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} < x \leq \text{ウ}$  である。

(2) 放物線  $y^2 = 2x - 1$  と直線  $4x + y - 3 = 0$  の2交点のうち、 $y$  座標が正となる交点

の座標は  $\left( \frac{\text{エ}}{\text{オ}}, \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \right)$  である。

(3) 領域  $D$  の面積は  $\frac{\text{クケ}}{\text{コサ}}$  である。

(下書き用紙)

- 3 1辺の長さが1である正四面体OABCにおいて、辺OAの中点をP、辺OBを2:1に内分する点をQ、辺OCを3:1に内分する点をRとする。

また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

$$(1) \overrightarrow{PQ} = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}} \vec{a} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \vec{b}, \quad |\overrightarrow{PQ}| = \frac{\sqrt{\text{オカ}}}{\text{キ}}$$

$$\overrightarrow{PR} = -\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \vec{a} + \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \vec{c}, \quad |\overrightarrow{PR}| = \frac{\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$$

である。

$$(2) \triangle PQR \text{ の面積は } \frac{\sqrt{\text{セソ}}}{\text{タチ}} \text{ である。}$$

- (3)  $\triangle ABC$  の重心をGとし、線分OGと平面PQRの交点をDとする。

$$\text{このとき、} OG:OD = 1:\frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}} \text{ である。}$$



(下書き用紙)

- 4 原点を  $O$  とする座標平面上の動点  $P$  の位置ベクトル  $\overrightarrow{OP} = (x, y)$  が, 時刻  $t$  の関数として

$$x = e^{-2t} \cos 2\pi t, \quad y = e^{-2t} \sin 2\pi t$$

で表されている。

- (1) 点  $P$  の速度ベクトル  $\vec{v} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$  の大きさは,

$$|\vec{v}| = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}} + \pi^2} e^{-2t}$$

である。

- (2)  $\overrightarrow{OP}$  と  $\vec{v}$  のなす角を  $\alpha$  とするとき,

$$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\sqrt{\boxed{\text{オ}} + \pi^2}}$$

であり, これは時刻  $t$  によらない一定値である。

- (3)  $n$  を自然数として,  $t = n-1$  から  $t = n$  までの間に点  $P$  が動く道のり  $S_n$  は,

$$S_n = \sqrt{\boxed{\text{カ}} + \pi^2} (e^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}) e^{-2n}$$

である。また,

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \sqrt{\boxed{\text{ケ}} + \pi^2}$$

である。

- (4)  $t = 0$  から  $t = \frac{1}{4}$  までの間に点  $P$  がえがく曲線と,  $x$  軸,  $y$  軸とで囲まれる図形

の面積  $I$  は,

$$I = \int_a^b y dx = \int_{\frac{1}{4}}^0 y \frac{dx}{dt} dt$$

で求められる。このとき  $a = \boxed{\text{コ}}$ ,  $b = \boxed{\text{サ}}$  で,

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-4t} \{ \sin \boxed{\text{シ}} \pi t + \pi (1 - \cos \boxed{\text{シ}} \pi t) \} dt$$

である。

(下書き用紙)

5 座標平面上の点の移動について考える。

(1) 直線  $y = ax$  に関する対称移動の 1 次変換  $g$  を表す行列は

$$\frac{1}{\boxed{\text{ア}} + a^2} \begin{pmatrix} \boxed{\text{イ}} - a^2 & \boxed{\text{ウ}} a \\ \boxed{\text{ウ}} a & -(\boxed{\text{イ}} - a^2) \end{pmatrix}$$

である。

(2)  $x$  軸に関する対称移動の 1 次変換  $h$  を表す行列は

$$\begin{pmatrix} \boxed{\text{エ}} & 0 \\ 0 & \boxed{\text{オカ}} \end{pmatrix}$$

である。

(3) 原点のまわりに角  $\frac{\pi}{3}$  だけ回転する 1 次変換を  $f$  とするとき、 $f = g \circ h$  ならば、

$$a = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}$$

である。ここで、 $g$  と  $h$  はそれぞれ (1), (2) の 1 次変換である。

(下書き用紙)





## 解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示がない限り、数字 (0~9), 符号 (-, ±), 記号 (e) のいずれかが入ります。ア, イ, ウ, … の一つ一つが、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお、解答用紙に5つある解答欄の左肩の数字は、それぞれ大問の番号を表します。

例1 アイウ に  $-83$  と答えたいとき。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	⊕	⊙	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
イ	⊖	⊕	⊙	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	e
ウ	⊖	⊕	⊙	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e

分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{工オ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  としして答えなさい。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
工	●	⊕	⊙	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
オ	⊖	⊕	⊙	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
カ	⊖	⊕	⊙	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	e