

1

A と B がそれぞれサイコロを 1 個ずつ持って同時に投げ、出た目の大きい方に 1 点が与えられるゲームを行う。両者の出た目が同じであるときは「引き分け」としてどちらにも点は与えられない。このゲームを繰り返して最初に 2 点をとった者が「勝者」となるとき、以下の設問に答えよ。

- (1) 1 回のゲームで A に 1 点が与えられる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ で、引き分ける確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。
- (2) 2 回目のゲームが終わった時点で A が勝者となる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ で、勝者が決まらない確率は $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である。
- (3) 3 回目のゲームが終わった時点で、はじめて勝者が決まる確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ である。
- (4) 4 回目のゲームが終わった時点でまだ勝者が決まらない場合は 4 回のうち少なくとも サ 回引き分けたことになる。4 回目のゲーム終了時点でまだ勝者が決まらない確率は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

2

3 点 $(0,0)$ 、 $(-1,1)$ 、 $(0,2)$ を通る円を C_1 とし、 C_1 の中心を A とする。また、直線 $l : x+y-5=0$ に関して点 A と対称な点を B とし、点 B を中心として点 $(4,7)$ を通る円を C_2 とするとき、以下の設問に答えよ。

- (1) 円 C_1 の方程式は $(x - \text{ア})^2 + (y - \text{イ})^2 = \text{ウ}$ である。
- (2) 円 C_2 の方程式は $(x - \text{エ})^2 + (y - \text{オ})^2 = \text{カ}$ である。
- (3) 円 C_1 、直線 l 、円 C_2 上の動点をそれぞれ P、Q、R とするとき、線分 PQ と QR の和 $PQ+QR$ の最小値は $\text{キ}\sqrt{\text{ク}} - \text{ケ}$ で、最小値をとるときの P の座標は $(\frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}, \frac{\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}} + \text{セ})$ 、Q の座標は $(\text{ソ}, \text{タ})$ および R の座標は $(\text{チ} - \sqrt{\text{ツ}}, \text{テ} - \sqrt{\text{ト}})$ である。

3

$0 < a < 1$ として、曲線 $C: \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ 上の $x=a$ における接線 l の傾きを m 、 y 切片を b とするとき、以下の設問に答えよ。

- (1) m と b をそれぞれ a を用いた式で表すと、 $m = \text{ア}$ 、 $b = \text{イ}$ である。
(ア)、イ)に入る式を下の選択肢の中から選び、その番号を解答欄に記入せよ.)
- (2) l と x 軸、 y 軸で囲まれる三角形の面積を $S(a)$ とすると、 $S(a) = \text{ウ}$ である。
(ウ)に入る式を下の選択肢の中から選び、その番号を解答欄に記入せよ.)
- (3) $S(a)$ は $a = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ のとき、最大値 $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ をとる。
- (4) $S(a)$ が最大値をとるときの a の値を x 座標とする C 上の点を A とする。原点を O として、直線 OA、 y 軸、および曲線 C で囲まれる部分の面積と、曲線 C、 x 軸および y 軸で囲まれる部分の面積の比は $\text{ク} : \text{ケ}$ である ((ク)、ケ) は、最も簡単な整数比で解答せよ.)

【選択肢】

- | | | | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1. $1 + \frac{1}{\sqrt{a}}$ | 2. $1 - \frac{1}{\sqrt{a}}$ | 3. $\frac{2}{\sqrt{a}+a}$ | 4. $\sqrt{a}-1$ | 5. $\frac{a-\sqrt{a}}{2}$ | 6. $1-\sqrt{a}$ | 7. $1+\sqrt{a}$ | 8. $\frac{1}{1+\sqrt{a}}$ |
| 9. $\frac{a+\sqrt{a}}{2}$ | 10. $\frac{1}{\sqrt{a}}-1$ | 11. $\frac{2}{\sqrt{a}-1}$ | 12. $\frac{1}{\sqrt{a}-1}$ | 13. $\frac{\sqrt{a}-a}{2}$ | 14. $\frac{2}{a-\sqrt{a}}$ | 15. $\frac{2}{\sqrt{a}}+1$ | |