入 学 試 験 問 題（1次）

数　　　　学

平成22年1月25日　　　　　9時00分—10時20分

注 意 事 項

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2 この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3 解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4 解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6 解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7 この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8 解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 多項式 $x^4-2x^3+ax^2+bx+68$（a，b は実数）が x^2-x-2 で割り切れるとき，$(a+b)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 3次方程式 $x^3+x^2-4x+6=0$ の解を α，β，γ とするとき，$(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma+20)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 $a+b+c=0$，$a^2+b^2+c^2=2$ であるとき，$(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ の値を求めよ。ただし，a，b，c は実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 方程式 $2(3^x+3^{-x})-5(9^x+9^{-x})+6=0$ の解を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 $\log_2 x+a+c\log_x 2=0$ の 2 つの解は $\frac{1}{4}$，8 であり，$\log_2 x+b+d\log_x 2=0$ の 2 つの解は $\frac{1}{2}$，4 となる。$\log_2 x+b+c\log_x 2=0$ の 2 つの解のうち，大きいほうの解の値を求めよ。ただし，a，b，c，d は実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 3 次方程式 $x^3+ax^2+bx-8=0$ (a，b は実数) の 1 つの解が $\frac{3-\sqrt{7}\,i}{2}$ $(i^2=-1)$ であるとき，$(a+b)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 pが奇数のとき，$\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2p}+\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2p}$の値を求めよ。
ただし$i^2=-1$である。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 $x=\dfrac{1+a^2}{2a}$$(a \geqq 1$，$a$は実数)であるとき，
$a\left(\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}\right)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 3直線$x+y+4=0$，$5x+y+a=0$(aは実数)，$3x-y+b=0$(bは実数)の異なる3つの交点によって作られる三角形の重心の座標が$(-1,\ 1)$であるとき，$(a+b)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 2直線$x+y-5=0$，$(\sqrt{3}-2)x-y-4\sqrt{3}=0$のなす角を$\theta$とする$\left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$。$\frac{\pi}{\theta}$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

11 三角形の3辺の中点が$(-2,\ -1)$，$(3,\ 2)$，$(-1,\ 5)$であるとき，この三角形の3つの頂点のうち，最も大きいy座標をもつ頂点のy座標の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

12 直線$y-2x+m=0$（mは実数）と円$x^2+y^2+2x+6y+6=0$が相異なる2点で交わるためには，mのとりうる範囲は，$a<m<b$とならなければならない。$\frac{(b-a)^2}{16}$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

13　2つの円 $x^2+y^2+4x-13+a=0$（a は実数），$x^2+y^2-2x+4y+1=0$ が外接するとき，$\dfrac{a^2}{26}$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

14　円C：$(x-6)^2+y^2=25$ と直線L：$y=ax$（a は実数，$a>0$）について考える。CとLの2つの相異なる交点をP，Qとする。Cの中心とP，Qでつくる三角形の面積が最大となる a をAとする。$\sqrt{47}$A の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

15　関数 $y=2\cos^2 x+2\sin x+a$（$0 \leqq x \leqq 2\pi$）（a は実数）の最小値が -3 となるとき，a^2 の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

16 連立方程式 $x+y=8$，$\cos\theta - x\sin\theta = x$，$\sin\theta + y\cos\theta = 1$ を満たす y の解は 2 つある。その 2 つの解を α，β とするとき，$|\alpha-\beta|$ の値を求めよ。
ただし，x，y は実数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 三角形ABCにおいて，辺BC，AC，ABの長さを，それぞれ a，b，c とし，∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれ A，B，C で表すものとする。
$a = 2(b-c)\cos\dfrac{A}{2}$ であるとき，$12\sin\dfrac{B-C}{2}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 三角形ABCにおいて，辺BC，AC，ABの長さを，それぞれ a，b，1 とし，∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれ A，B，C で表すものとする。
$\sin^2 A = \sin^2\dfrac{B}{2} = \dfrac{1}{2}$ の関係を満たすとき，a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19 A の箱に赤玉 6 個と青玉 3 個，B の箱に赤玉 9 個と青玉 4 個，C の箱に赤玉 a 個と青玉 9 個が入っている。A，B，C それぞれの箱から玉を 1 個ずつ取り出すとき，その 3 個の玉のうちの 1 個の玉の色だけが異なる確率が $\frac{28}{39}$ となるとする。a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 1 個のサイコロを 4 回ふるとき，目の和が 23 以上になる確率を p とし，目の和が 22 以上になる確率を q とする。$\frac{q}{p}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

21 $(2+x)^{21}$ において x^a の項の係数が最大になるという。a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

22 表面積が150πの円柱のうち，体積が最大となる円柱の底面の半径をrとするとき，rの値を求めよ。

ただし，円柱の表面積は，2つの底面および側面の面積の総和である。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 放物線C：$y = x^2 - 4x + 6$と直線L：$y = x + 2$について考える。直線L，放物線C，Cの軸，x軸，y軸のすべてで囲まれる面積をSとする。

(6S − 20)の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 関数$f(x)=x^3-px^2+(p^2-2p)x+q$ ($p>0$，$q>0$，pおよびqは整数とする)について考える。$f(x)=0$が1つの負の実数解と相異なる2つの正の実数解をもつとき，pqの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 2つの放物線C1：$y=-2x^2+10x$，C2：$y=x^2-2x$について考える。C1とC2の相異なる2つの交点をP，Qとする。直線PQに平行でC1に接する直線をLとする。LとC1とC2で囲まれる面積をSとしたとき，
$\left(\dfrac{S}{32}+1\right)^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9