入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　学

平成23年1月24日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗りつぶせ。

1 整式 $x^3 + ax^2 + bx + 4$ (a，b は実数)が整式 $x^2 + x - 2$ で割り切れるとき，ab の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $x = \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$，$y = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき，$x^2 + y^2 - 62$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 $x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}} = 3$ ($x > 0$，x は実数)のとき，$\dfrac{47}{2}\left(\dfrac{x^{\frac{3}{4}} + x^{-\frac{3}{4}}}{x + x^{-1}}\right)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 $\dfrac{s}{2-3i}+\dfrac{t}{1-i}=1$ (s, t は実数)を満たす t の値を求めよ。
ただし，$i^2=-1$ である。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

5 関数 $y=-9^{x+1}+3^{x+3}+2$ ($0 \leqq x \leqq 3$, x は実数)の最大値をMとするとき，$\dfrac{89}{\mathrm{M}}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

6 x, y は，$0<x<\dfrac{1}{3}$, $0<y<\dfrac{1}{3}$ を満たす実数とする。$x=b$, $y=c$ のとき，

$$\log_x y+\log_y x=2$$

$$2\log_x \sin\{\pi(x+y)\}=\log_x \sin(\pi y)+\log_y \cos(\pi x)$$ を満たす。

$12b$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

7 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$のとき，$6(\sin\theta + \cos\theta)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 三角形ABCにおいて，辺BCをa，辺ACをb，辺ABをcとする。$b = 2$，$c = 3$，$\angle A = \frac{\pi}{3}$のとき，a^2の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$のとき，$(\sin^3\theta - \cos^3\theta)^2$の値を$b$とする。$\frac{256\,b}{25}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 円に内接する四角形ABCDについて考える($\angle ABC=\theta$とする)。

四角形ABCDの面積は，$4\sqrt{6}$である。辺ABおよび辺BCの長さが，それぞれ，1，5であり，$\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$となるとき，辺CDの長さを求めよ。

ただし，辺CDの長さは辺ADの長さより大きいものとする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 直線$x-4y+3=0$と直線$5x-3y-10=0$とのなす角を$\theta\left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$とするとき，$(\sin\theta-\cos\theta)^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 関数$y=2\cos\theta-\sin^2\theta+2\ (0\leqq\theta<2\pi)$の最大値をM，最小値をmとする。Mmの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 a, b を実数とする。2次方程式：$\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ が重解をもつとき，$3ab-(a^3+b^3)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 円 $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ と x 軸との交点をA，Bとし，y 軸との交点をC，Dとする。線分ABの長さを a，線分CDの長さを b とするとき，$\dfrac{b^2-a^2}{10}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 2点$(1,\ 4)$，$(2,\ 5)$を通り，y 軸に接する円は2つ存在する。それぞれの円の半径を a，b とするとき，ab の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 aを実数の定数とする。円$x^2+y^2+(3a+1)x-(a+3)y-7a-10=0$は，$a$の値にかかわらず，常に定点を通る。その定点のなかで，座標平面上の第1象限にある点のy座標の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 2つの円C1：$x^2+y^2-24x-10y+44=0$，
C2：$x^2+y^2-4x+10y+4=0$について考える。C1とC2の相異なる2つの交点をP，Qとする。線分PQの長さをLとしたとき，$\dfrac{L^2}{10}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 同一直線上に，それぞれ異なる3つの点，A$(k+2,\ 5)$，B$(6,\ 5-2k)$，C$(5,\ 3)$が存在するとき，kの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19 72のすべての正の約数の個数をXとする。$\frac{X}{2}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 1個のさいころを3回投げたとき，1回目，2回目，3回目に出た目の数をそれぞれa，b，cとする。積abcが3の倍数となる確率をm，積abcが5の倍数となる確率をnとしたとき，$\frac{91\,m}{38\,n}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

21 円周を12等分し，各点をA，B，C，D，E，F，G，H，I，J，K，Lと表記する。

3つの点を同時に選び，三角形をつくるとき，その三角形が直角二等辺三角形となる確率をpとする。$55\,p$の値を求めよ。

ただし，得られた三角形の頂点のアルファベット記号が1つでも異なれば，別の三角形とみなすものとする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

22 関数$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$(a，b，cは実数)は，$x=-1$で極大値13をとり，$x=1$で，極小値pをとるものとする。pの値を求めよ。

㋐ 0　　㋕ 1　　㋚ 2　　㋟ 3　　㋤ 4
㋩ 5　　㋮ 6　　㋳ 7　　㋶ 8　　㋻ 9

23 曲線C：$y=2x^3-9x^2-60x+140$，直線L：$y=k$(kは実数)について考える。

曲線Cと直線Lは，$k=a$および$k=b$($a<b$)(a，bともに実数)のとき，それぞれ，1点で接し，その接点とは異なる1点で，交わるものとする。
$\left|\dfrac{b}{16}+\dfrac{a}{27}\right|$の値を求めよ。

㋐ 0　　㋕ 1　　㋚ 2　　㋟ 3　　㋤ 4
㋩ 5　　㋮ 6　　㋳ 7　　㋶ 8　　㋻ 9

24 放物線C：$f(x)=-x^2+x$について考える。

C上の2点をO(0, 0)，A(a, $f(a)$)($a>0$，aは実数)とする。C上の点P(t, $f(t)$)が曲線OA上を動くとき，三角形OPAの面積の最大値は，$\dfrac{a^3}{\mathrm{M}}$となる。Mの値を求めよ。(ただし，$0<t<a$，tは実数)

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 放物線$y=-x^2+2x-1$と直線$y=-x-1$とで囲まれる領域の面積をSとする。2Sの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9