東京女子医科大学
数　　学

平成30年度

1)　実数を係数とする関数 $f(x) = -x^2 + ax + 1$，$g(x) = ax^3 + 2x^2 + ax - 3$ $(a < 0)$ に対して，$y = f(x)$ と $y = g(x)$ が $b \neq c$ として $x = b$ で交点をもち，$x = c$ で接するとする．

①　a，b，c を求めよ．

②　$y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれる領域の面積を求めよ．

解答欄	①　$a =$ 　　　$b =$ 　　　$c =$	②

---

2)　中心が $(2,3)$ である半径 1 の円に対して，この円周上の動点を A とし，点 $(-3,4)$ を B とする．このとき，O を原点としてベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積が最大になるときの A の座標を求めよ．

解答欄	

3) xy 平面上の原点を O とし，点 $\mathrm{A_0}$ を x 軸上にとる．このとき，$\mathrm{OA_1}$ を斜辺とし $\angle \mathrm{OA_0A_1}$ を直角とする直角三角形 $\mathrm{OA_0A_1}$ を $\mathrm{T_1}$ と表す．原点 O と $\mathrm{OA_2}$ を斜辺とし $\angle \mathrm{OA_1A_2}$ を直角とする直角三角形 $\mathrm{OA_1A_2}$ を $\mathrm{T_2}$ と表す．このようにして OA_n を斜辺とし $\angle \mathrm{OA}_{n-1}\mathrm{A}_n$ を直角とする直角三角形 $\mathrm{OA}_{n-1}\mathrm{A}_n$ を T_n と表す．また，$\mathrm{OA_0}$ の長さと $\mathrm{A_0A_1}$ の長さをそれぞれ a_0，a_1 と表す．

① T_i $(i = 1,2,\dots,n)$ がすべて相似のとき，$\mathrm{T_1}$ から T_n までの面積の和 $f(n)$ をa_0，a_1を用いて表せ．

② $a_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}a_1$ とする．このとき，$f(m) \geqq 100f(1)$ を満たす最小の自然数 m を求めよ．必要なら次の値を用いても良い．$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$，$\log_{10}5 = 0.6990$．

解答欄	① $f(n) =$	② $m =$

4) x の 2 次方程式 $nx^2 + 3x - 9 = 0$ が整数解をもつとき正の整数 n をすべて求めよ。

解答欄	$n =$