

1. m を定数とし、次の2つの2次方程式 $x^2 - 3x + 2m + 2 = 0 \dots \textcircled{1}$, $x^2 + 2x - m - 3 = 0 \dots \textcircled{2}$ を考える。

- (1) $\textcircled{1}$ が異なる2つの実数解をもつのは $m < \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ のときである。
- (2) $\textcircled{2}$ の1つの解が $x = 3$ であるとき、もう1つの解は $x = -\text{ウ}$ である。
- (3) $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ が共通の実数解をもつのは、 $m = \text{エ}$, $-\frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ のときである。

2. 1000 から 2020 までの整数について考える。

- (1) 3 で割り切れる整数は全部で クケコ 個ある。
- (2) 1110 のように各位の数字がちょうど3つだけ同じになる整数は全部で サシ 個ある。
- (3) 千の位、百の位、十の位、一の位の数をそれぞれ a, b, c, d とするとき、 $a + c = b + d$ となる 1000 から 2020 までの整数は全部で スセ 個ある。

3. 点 (x, y) が連立方程式
$$\begin{cases} y \geq x \\ y \geq -2x \\ y \leq -\frac{1}{3}x + 2 \end{cases}$$
 の表す領域を動くとする。

- (1) 点 $(0, 3)$ から直線 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ までの距離は $\frac{\text{ソ}}{\text{ツテ}} \sqrt{\text{タチ}}$ である。
- (2) $x^2 + y^2 - 6y$ は $x = -\frac{\text{ト}}{\text{ナニ}}$, $y = \frac{\text{ヌネ}}{\text{ノハ}}$ のとき、最小値 $-\frac{\text{ヒフ}}{\text{ヘホ}}$ をとる。

4. $a_1 = 1, a_2 = 16, a_{n+2} = 5a_{n+1} + 14a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

- (1) $a_3 = \text{マミ}$ であり、 $a_n = \text{ム} \cdot \text{メ}^{n-1} - (-\text{モ})^{n-1}$ である。
- (2) $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\text{メ}^n + (-\text{モ})^n - \text{ヤ}}{\text{ユ}}$ である。

5. 1 辺の長さが 6 の正四面体 OABC において、辺 AB を 3:2 に内分する点を D とする。

- (1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \text{ヨラ}$ である。また、 $\vec{CD} = \frac{\text{リ} \vec{OA} + \text{ル} \vec{OB} - \text{レ} \vec{OC}}{\text{ロ}}$ である。
- (2) 辺 BC を $s : (1 - s)$ (ただし、 $0 < s < 1$) に内分する点を E とする。このとき、 $CD \perp OE$ となるのは、 $s = \frac{\text{ワ}}{\text{あ}}$ のときであり、 $\triangle ADE$ の面積は $\frac{\text{いう}}{\text{おか}} \sqrt{\text{え}}$ である。

6. 関数 $f(x) = x^2 \log x$ を考える。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) $f'(x) = x(\text{き} \log x + \text{く})$ であり、 $f(x)$ の極小値は $-\frac{\text{け}}{\text{こ}e}$ である。

(2) 方程式 $|f(x)| = k$ について、実数解の個数が 1 個となるのは、 $k = \text{さ}$ 、 $k > \frac{\text{し}}{\text{す}e}$ のときである。