(K—51—M)

令和２年度入学試験問題

数　　　学

Ⅰ　注　意　事　項

1. 指示があるまでこの冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は全部で，５ページです。**設問はⅠからⅣまであります。**
3. 解答用紙のマーク数字は，次の「良い例」のように，濃く正しく塗りつぶしなさい。**正しく塗りつぶされていない場合，採点できないことがあります。**

良い例………

悪い例………

4. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので，正確に記入しなさい。
   ①　氏名欄……………………氏名を**漢字**と**フリガナ**で記入しなさい。
   ②　受験番号欄………………６桁の受験番号を**算用数字**で記入し，**マーク欄の数字**を正しく塗りつぶしなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気がついた場合は，手を上げて申し出なさい。
6. 試験中に質問がある場合は，手を上げて申し出なさい。
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。
8. 途中退場は認めません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，冊子を開いてはいけません。

問題は次のページから始まります。

I $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ．

2以上の整数 p に対し，p 進数を $101_{(p)}$ のように括弧のある添え字をつけて表記する．ただし，添え字のない数は10進数とする．

(a) 初項 $a_1 = 2$，公比9の等比数列の第 n 項 $a_n (n = 2, 3, \cdots)$ は，9進法で

$$a_n = A\underbrace{BB\cdots B}_{m\text{ 桁}}{}_{(9)} \quad \left(\text{ただし，} A = \boxed{\text{ア}},\ B = \boxed{\text{イ}},\ m = \boxed{\text{ウ}}\right)$$

と表記され，3進法では

$$a_n = C\underbrace{DD\cdots D}_{\ell\text{ 桁}}{}_{(3)} \quad \left(\text{ただし，} C = \boxed{\text{エ}},\ D = \boxed{\text{オ}},\ \ell = \boxed{\text{カ}}\right)$$

と表される．また，初項から第 n 項までの和は，

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = EFE\cdots FE_{(3)} \quad \left(\text{ただし，} E = \boxed{\text{キ}},\ F = \boxed{\text{ク}}\right)$$

と $\boxed{\text{ケ}}$ 桁の3進数で表される．

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

① $n-1$	② n	③ $n+1$	④ $2n-2$
⑤ $2n-1$	⑥ $2n$	⑦ $2n+1$	⑧ $2n+2$

(b) 初項が $b_1 = \boxed{\text{コ}}$，公比が $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ の等比数列 $\{b_n\}$ は，4進法で

$$b_1 = 13_{(4)},\ b_2 = 0.\boxed{\text{スセ}}_{(4)},\ b_3 = 0.013_{(4)},\ b_4 = 0.000\boxed{\text{スセ}}_{(4)},\ \cdots$$

と表される．この数列の初項から第5項までの和を $p = \boxed{\text{ソ}}$ 進数で表すと

$$\sum_{k=1}^{5} b_k = 111.\underbrace{11\cdots 1}_{\text{小数点以下 } j \text{ 桁}}{}_{(p)} \quad \left(\text{ただし，} j = \boxed{\text{タチ}}\right)$$

となる．

Ⅱ $\boxed{ソ}$，$\boxed{ニ}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ．

点 O を原点とする座標空間に 3 点 A(2，0，1)，B(0，3，1)，C(0，0，1)がある．

(a) $\cos\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}\sqrt{\boxed{エ}}$ であり，△AOB の面積は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ となる．

また，点 C から平面 AOB に下した垂線の長さは $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である．

(b) 点 C と点 E(2，3，0)を結ぶ直線が平面 AOB と交わる点を P とすると，線分 CE と CP の長さはそれぞれ

$$\mathrm{CE} = \sqrt{\boxed{ケコ}},\quad \mathrm{CP} = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\sqrt{\boxed{スセ}}$$

となる．また，点 P は△AOB の $\boxed{ソ}$ である．

(c) 線分 OC の中点を M とし，点 M と点 F(2，3，1)を結ぶ直線が平面 AOB と交わる点を Q とすると，

$$\mathrm{MF} = \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\sqrt{\boxed{ツテ}},\quad \mathrm{MQ} = \frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}} \times \mathrm{MF}$$

となる．また，点 Q は △AOB の $\boxed{ニ}$ である．

(d) 四面体 OABE の表面および内部の領域を S，四面体 OABF の表面および内部の領域を T とする．$S \cap T$ で表される 2 つの領域の共通部分の立体の表面は $\boxed{ヌ}$ 面体であり，$S \cup T$ で表される 2 つの領域を合わせてできる立体の表面は $\boxed{ネ}$ 面体となる．

$\boxed{ソ}$，$\boxed{ニ}$ の解答群

① 外心　② 内心　③ 重心　④ 外心，内心，重心以外の点

Ⅲ $\boxed{カ}$，$\boxed{ケ}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ．

実数を定義域とする関数 $f(x) = 2x^2 - 7$，$g(x) = -2x^2 - 8x + 7$ に対して，$y = f(x)$ のグラフを曲線 C，$y = g(x)$ のグラフを曲線 D とする．$g(t) \geqq f(t)$ を満たす t に対し，点 $(t,\ g(t))$ における曲線 D の接線を ℓ とする．

(a) 直線 ℓ の式は

$$y = \left(\boxed{アイ}\,t - \boxed{ウ}\right)x + \boxed{エ}\,t^2 + \boxed{オ}$$

で与えられる．直線 ℓ と曲線 C の共有点を P，Q とし，P，Q の x 座標をそれぞれ α，$\beta\ (\alpha < \beta)$ とする．点 P および点 Q における曲線 C の接線の交点を R とするとき，点 R の座標は α，β を用いて，$\left(\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\ \boxed{ク} \times \boxed{ケ} - \boxed{コ}\right)$ と表される．

$\boxed{カ}$，$\boxed{ケ}$ の解答群

① α　② β　③ $\alpha + \beta$　④ $\beta - \alpha$

⑤ $\alpha\beta$　⑥ $\dfrac{\alpha}{\beta}$　⑦ $\dfrac{\beta}{\alpha}$　⑧ $\alpha^2 + \beta^2$

⑨ $\beta^2 - \alpha^2$

(b) 三角形 PQR の面積 S_1 は

$$S_1 = \boxed{サ}\left(\sqrt{\boxed{シ}\,t^2 + \boxed{ス}\,t + \boxed{セソ}}\right)^{\boxed{タ}}$$

と表される．

S_1 は $t = \boxed{チツ}$ のとき，最小値 $\boxed{テトナ}$ をとる．

(c) 曲線 C と直線 ℓ によって囲まれる図形の面積を S_2 とすると，

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$$

が成り立つ．

Ⅳ $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ の解答はそれぞれ該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ.

座標平面上に点A(0, 6)があり，原点Oを中心とする半径4の円周をCとする.

(a) 円周C上の動点Pは，媒介変数tを用いて$\left(\boxed{\text{ア}}\cos t,\ \boxed{\text{イ}}\sin t\right)$と表される.

2点A，Pの中点の座標は，

$$\left(\boxed{\text{ウ}}\cos t,\ \boxed{\text{エ}}+\boxed{\text{オ}}\sin t\right)$$

である.

(b) 線分APの垂直2等分線上の点$(x,\ y)$は，次式を満たす.

$$\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}-\sin t\right)y=x\cos t+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

(c) 動点Pが円周C上を1周動くとき，線分APの垂直二等分線が通過する領域は

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x^2+\frac{\left(y-\boxed{\text{ス}}\right)^2}{\boxed{\text{セ}}}\ \boxed{\text{ソ}}\ 1$$

を満たす点$(x,\ y)$の集合であり，$\boxed{\text{タ}}$ を表す. この領域の境界を表す2次曲線の焦点は，原点Oと点$\left(\boxed{\text{チ}},\ \boxed{\text{ツ}}\right)$である.

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

① $=$　② $>$　③ $<$　④ $\geqq$　⑤ $\leqq$

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

① 放物線を境界とし，その焦点を含む領域
② 放物線を境界とし，その焦点を含まない領域
③ だ円を境界とし，その焦点を含む領域
④ だ円を境界とし，その焦点を含まない領域
⑤ 双曲線を境界とし，その焦点を含む領域
⑥ 双曲線を境界とし，その焦点を含まない領域

Ⅱ 解答上の注意

1 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0 ～ 9），または負の符号（－）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 1 $\boxed{\text{アイ}}$ に－ 8 と答えたいとき

ア	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

2 分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。負の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例 2 $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
エ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
オ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

3 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ に $2\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2}$ と答えるところを，$1\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。