数　　学

1 ～ 5 ページ

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，ただちにページ数を確認し，落丁や印刷の不鮮明なものなどがあれば申し出なさい。
3. 解答は，別に配られる解答用紙の所定の場所に記入しなさい。
4. 解答時間は**75分間**です。
5. 受験番号を，解答用紙の所定欄に記入しなさい。
6. 試験終了後，**解答用紙のみを提出しなさい。**問題冊子は**持ち帰りなさい。**

1　以下の設問 (1) 〜 (8) については，答えだけを解答欄に書きなさい．

(1) つぎの式を簡単にしなさい．

$$\frac{1}{4}\left(\left|\sqrt{3}-\sqrt{5}\right|\right)^3+\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

(2) 2 次不等式 $x^2-3|x-1|-7\leqq 0$ を解きなさい．

(3) $2^x=5^y$ かつ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1$ （ただし，$xy\neq 0$）が成り立つとき，x の値を小数第2位まで書きなさい．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする．

(4) 白玉が 4 個，赤玉が 6 個入っている袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 5 回続けて行うとき，3 回目に白玉が出て，かつ，全部で少なくとも 2 回白玉が出る確率を求めなさい．

(5)　関数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ （ただし，$x>0$）の逆関数を $f^{-1}(x)$ とするとき，つぎの極限値を求めなさい．

$$\lim_{h\to 0}\frac{f^{-1}(\sqrt{6}+2h)-f^{-1}(\sqrt{6}-h)}{h}$$

(6)　つぎの定積分を求めなさい．

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{4}{3}\pi}\left|\sqrt{3}\cos x-\sin x\right|dx$$

(7)　$\vec{u}=(1,\ 0)$，$\vec{a}=(2,\ \sqrt{5})$ とする．平面ベクトル $\vec{p}$ は $\left|\vec{p}\right|=1$，$\vec{p}\cdot\vec{u}\geqq\dfrac{2}{3}$ を満たしながら動くとする．このとき $\left|\vec{a}-\vec{p}\right|$ の最大値を求めなさい．

(8)　点 $(2,\ 1)$ から楕円 $4x^2+y^2=1$ に引ける接線のうち，傾きが大きいほうの接線の方程式を求めなさい．

2　曲線 $y=\cos x\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ と曲線上の点 $\mathrm{A}(\alpha,\ \cos\alpha)$ をとる．ただし，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ とする．以下の問いに答えなさい．ただし，(1)，(2) については答えだけを解答欄に書きなさい．

(1)　y 軸を軸，点 $(0,\ 1)$ を頂点とし，A を通る放物線の方程式を求めなさい．

(1) で求めた放物線を定義域 $0 \leqq x \leqq \alpha$ に制限した部分と x 軸，y 軸および直線 $x=\alpha$ で囲まれる図形の面積を $S(\alpha)$ で表す．

(2)　$S(\alpha)$ を求めなさい．

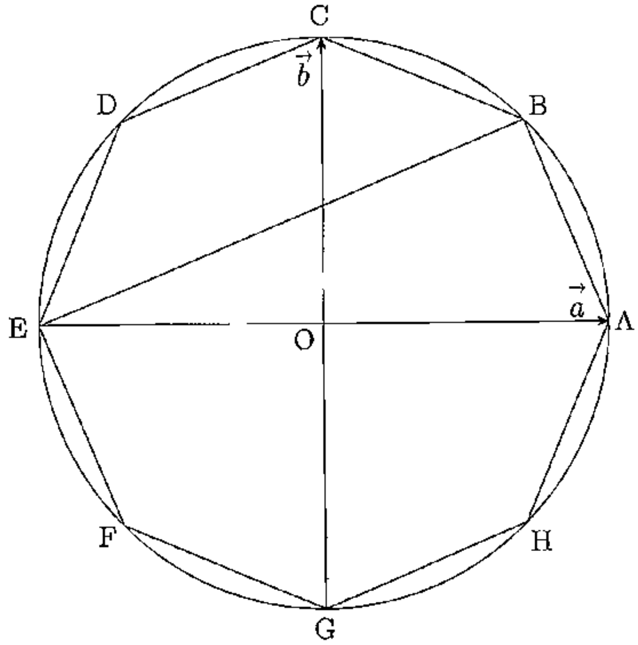
(3)　原点と A を通る直線を l とするとき，曲線 $y=\cos x\ (0 \leqq x \leqq \alpha)$ と l および y 軸で囲まれる図形の面積を $T(\alpha)$ で表すとき，$\displaystyle\lim_{\alpha\to 0}\frac{T(\alpha)}{S(\alpha)}$ を求めなさい．

3 半径1の円Oに内接する正八角形ABCDEFGHがある．点Bと点Eを線分でむすび，$0<k<1$ を満たす k に対して，BEを $(1-k):k$ に内分する点をPとする．また，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．以下の問いに答えなさい．ただし，(1)，(2)については答えだけを解答欄に書きなさい．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{GP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ および k を用いて表しなさい．

(2) k を $0<k<1$ の範囲で動かすとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{GP}}\right|$ が最小となるときの k の値を求めなさい．

(3) 点Gと点Pを線分で結ぶとき，GPが三角形BEFの重心を通るときの k の値を求めなさい．



4　三角形ABCは $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ を満たすとする．点Dを辺ABの中点とする．点Eを辺AC上に，$\angle AED$ が 75° より小さいある角度になるようにとる．つぎに，点Fを辺BC上に，$\angle AED = \angle CEF$ を満たすようにとる．さらに，点Gを辺AC上に $\angle BFE = \angle CFG$ を満たすようにとったところ，$\angle CGF = 90^\circ$ であった（下図を参照）．このとき，以下の問いに答えなさい．

(1)　AEの長さを求めなさい．

(2)　CGの長さを求めなさい．