

平成31年度

9時00分～10時30分

数 学

問 題 冊 子 3 ～ 9 頁
解 答 用 紙 1 ～ 2 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。また、解答用紙に解答以外のことを書かないこと。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
6. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
7. 質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。
9. 試験開始60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
11. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
12. その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号	氏 名	
------	-----	--



1 以下の設問(1)の , に適する語句と設問(2)~(4)の ~
 に適する数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 3つのデータ 1, 2, 6 について,

$$f(a) = \frac{1}{3} \{ (1-a)^2 + (2-a)^2 + (6-a)^2 \}$$

$$g(a) = \frac{1}{3} \{ |1-a| + |2-a| + |6-a| \}$$

とおく. $f(a)$ を最小にする a は3つのデータの であり,
 $g(a)$ を最小にする a は3つのデータの である.

(2) 3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx - b = 0$ (ただし $b > 0$) が異なる2つの整数解 p, q
(ただし, p は2重解) をもつとき, $p = \text{ウ}$, $q = \text{エ}$ である.

(3) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{4\sqrt{3}-3}{12} \pi - \frac{1}{2} \log \text{オ}$

(4) $\triangle ABC$ の内部の点 O が $7\vec{OA} + 5\vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$ を満たしている.
 $\triangle ABC$ の面積が30のとき, $\triangle OBC$ の面積は である.



2 平面上に3点 $P_1(1, 0)$, $P_2(0, 1)$, $P_3(a, b)$ ($a > 0$, $b > 0$)がある。原点を通る

直線 $l: y = tx$ (t は実数) と P_1 , P_2 , P_3 との距離をそれぞれ d_1 , d_2 , d_3 とし,

$$f(t) = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2$$

とおく。以下の設問(1), (2)の ~ に適する a , b を用いた式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。また, 設問(3)に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ。

(1) $f(0) =$ であり, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) =$ である。

(2) $f'(t) = 0$ となる t の値は, 小さい方から , である。

(3) $f(t)$ の最大値, 最小値について調べよ。最大値, 最小値がある場合にはそれを与える t の値をそれぞれ結論欄に記入せよ。また, 最大値, 最小値がない場合には「なし」と結論欄に記入せよ。



3. 平面上に楕円 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ と直線 $y = x + k$ (k は実数の定数) がある. 以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) 点 (x, y) と直線 $y = x + k$ に関して対称な点を (X, Y) とする. 点 (x, y) が楕円 C 上を動くとき, 点 (X, Y) が動いて描く曲線 C_1 の方程式を求めよ.
- (2) 曲線 C と (1) の曲線 C_1 の共有点が 1 個であるような k の値をすべて求めよ.
- (3) 曲線 C と (1) の曲線 C_1 の共有点が 4 個であるような k の値の範囲を求めよ.



4 以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ。

(1) 次の等式が成り立つことを n についての数学的帰納法を用いて示せ。

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

(2) 等式 $(k+1)^5 - k^5 = 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1$ を利用して、

$$\sum_{k=1}^n k^4 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

は n に関する 5 次式として表せることを示せ。

(3) d を自然数とすると、

$$\sum_{k=1}^n k^d \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

は n に関する $d+1$ 次式として表せることを、 d についての数学的帰納法を用いて示せ。

以上

