

数 学

(医 学 部)

— 2月6日 —

解答はすべて解答用紙に記入し提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となるような形で書きなさい。

1

(1) 三角形 ABC を次のように作る。

点 A($a, 0$) ($0 < a < 4$)、点 B(4, 0) とし、点 A から $y = x^2$ ($x > 0$) のグラフに引いた接線 l の接点を C とする。

(i) 点 C の座標を a で表すと C(,) である。

(ii) 三角形 ABC の面積 S を a で表すと $S =$ である。

(iii) 面積 S は $a =$ のとき最大となり、最大値は である。

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ において、その第 3 項が 3、第 7 項が 11 である。このとき、一般項は $a_n =$ であり、

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \text{ } \text{ である。}$$

(3) xy 平面において、原点 $O(0, 0)$ 、点 $Q(2, 1)$ とし、点 P は円周 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ の上をすべて動くものとする。このとき、内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値は であり、そのときの点 P の座標は (,) である。

2

1 から 10 までの番号をつけた 10 枚のカードから、同時に 3 枚のカードを取り出す。その中で最大の番号を X 、最小の番号を Y 、 $Z = X - Y$ とする。

(1) $X = 4$ である確率は である。 $Z = 2$ である確率は である。

(2) 整数 k が $3 \leq k \leq 10$ であるとき、 $X = k$ である確率を k を用いて表すと である。

(3) 整数 m が $1 \leq m \leq 8$ であるとき、 $Y = m$ である確率を m を用いて表すと である。

(4) 整数 n が $2 \leq n \leq 9$ であるとき、 $Z = n$ である確率を n を用いて表すと である。

(5) X の期待値は である。

3 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ とする.

(1) $\left(\frac{\cos x}{x}\right)' = \boxed{\text{ア}}$ である. 関数 $y = \frac{\cos x}{x}$ の値域は $\boxed{\text{イ}}$ である.

(2) 関数 $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos t - \frac{\cos x}{x} t \right| dt$ がある.

(i) $\cos t - \frac{\cos x}{x} t = 0$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$ であるとき, t を x を用いて表すと $t = \boxed{\text{ウ}}$ である.

(ii) $f(x) = 2 \sin x - x \cos x + \boxed{\text{エ}}$, $f'(x) = (\cos x + x \sin x) (\boxed{\text{オ}})$ である.

(iii) $x = \boxed{\text{カ}}$ のとき, $f(x)$ が最小値をとる.