# コーシーシュワルツの不等式

1. $x^2+y^2+z^2=1$のとき、$x+2y+3z$の最大値・最小値と、そのときの$x$, $y$, $z$を求めよ。

2. $x$, $y$が実数で、$4x^2+9y^2=36$のとき、$x-3y$の最大値・最小値を求めよ。

（福岡教育大）

3. $2x+3y=5$のとき、$\sqrt{2x}+\sqrt{3y}$の最大値を求めよ。ただし、$x \geqq 0, y \geqq 0$とする。

（千葉大）

4. $x.y,z$が負でない実数で、$x+2y+3z=1$のとき、$\sqrt{x}+\sqrt{2y}+\sqrt{3z}$の最大値を求めよ。

（和歌山大）

5. $x>0, y>0, \dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}=1$のとき、$\sqrt{x+y}$の最小値を求めよ。

（大阪経済大）

6. 文字がすべて正の数であるとき、次のことを証明せよ。

7. $m+n=1$ならば$\dfrac{m}{a}+\dfrac{n}{b} \geqq \dfrac{1}{am+bn}$

（福井工大）

8. 実数$x.y,z,t$が$x+y+z+t=6$, $x^2+y^2+z^2+t^2=12$をみたすとき、$t$の最大値･最小値を求めよ。

（横浜国大）

9. $x+y+z=1$であるような与えられた正の数$x.y,z$に関して、

$x^3+y^3+z^3 \geqq \dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}$が成立することを証明せよ。

10. $a>0, b>0, c>0$ かつ $a\cos^2\theta + b\sin^2\theta < c$ であるとき、

① 不等式 $\sqrt{a}\cos^2\theta + \sqrt{b}\sin^2\theta < \sqrt{c}$ が成り立つことを示せ。

（早稲田大）

11. 三角形の 3 つの辺の長さを $a$ , $b$ , $c$ とし、$a+b+c=2s$ とおくとき、次の不等式を証明せよ。

$$\frac{a}{s-a} + \frac{b}{s-b} + \frac{c}{s-c} \geqq 6$$

（大分医大）

12. 関数 $\dfrac{x+2y+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$ の最大値を求めよ。

13. $a$ , $b$ , $c$ , $d$ は $c^2+d^2=(a^2+b^2)^3$ をみたす正の数である。不等式 $\dfrac{a^2}{c}+\dfrac{b^2}{d} \geqq 1$ が成り立つことを示せ。

14. $\Delta ABC$ の $\angle A = 30°$ 、辺 $AB$ , $AC$ の長さをそれぞれ 2,3 とし、また辺 $BC$ 上の点 $P$ から直線 $AB$ , $AC$ に下ろした垂線をそれぞれ $PM$ , $PN$ とする。点 $P$ が辺 $BC$ 上を動くとき、$\dfrac{AB}{PM}+\dfrac{AC}{PN}$ の最小値を求めよ。

（武蔵工大）