

2次関数・方程式・不等式

1. 1個のさいころを2回投げ、最初に出た目の数を a 、次に出た目の数を b とすると、2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が実数解をもつ確率を求めよ。

(2019 富山大)

2. 不等式 $|t(t + 300)| \leq 20000$ を満たす実数 t の値の範囲を求めよ。

(2019 金沢大)

3. a を定数とする。このとき $a \leq x \leq a + 1$ の範囲で定義された関数 $f(x) = |x^2 - 1|$ の最大値が1であるような a の条件を求めよ。

(2019 札幌医科大学)

4. 集合 $A = \{x \mid x \text{は不等式 } 2x^2 + 4x - 1 < 0 \text{ を満たす整数}\}$ について、 A の要素をすべて求めよ。また、命題「 $x \in A \Rightarrow x < 0$ 」の反例をあげよ。

(2019 北海学園大)

5. 2次関数 $y = x^2 - 2ax + 4x + 3a + 12$ の最小値が負の値となるように、定数 a の値の範囲を求めよ。

(2019 北海学園大)

6. 不等式 $2x^2 + 4x - 1 < 0$ を満たす整数 x をすべて求めよ。

(2019 北海学園大)

7. 2つの放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2 - 4x - 1$ の両方に接する直線の方程式をすべて求めよ。

(2019 学習院大)

8. a, b, c を実数とし、 $a > 0$ とする。 $f(x) = -ax^2 + bx + c$ とし、放物線 $C: y = f(x)$ を考える。

(1) C が x 軸と2つの交点を持つための必要十分条件は[ア]である。 C の軸を $x = q$ とすると、 $q =$ [イ]である。

(2) $q \geq 0$ となる場合を考える。 $t > q$ に対し、点 $(t, f(t))$ における C の接線を l_1 とすると、 l_1 と y 軸の交点の y 座標は[ウ]となる。 l_1 とは異なる C の接線 l_2 と y 軸の交点の y 座標が[ウ]になるとき、 l_2 と C の接点の x 座標 s は $s =$ [エ]である。

(2019 慶応義塾大)

9. x の 2 次関数 $y = x^2 - (a+2)x - a + 2$ について、すべての実数 x に対して $y \geq 0$ が成り立つとき、定数 a のとり得る値の範囲を求めよ。また、 $0 < x < 2$ において常に $y < 0$ が成り立つとき、定数 a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2019 東海大)

10. a, b, c を整数とする。2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが x 軸に接し、2 点 $(0, -2)$, $(3, -8)$ を通るとき、 a, b, c の値をそれぞれ求めよ。

(2019 日本大)

11. m を実数の定数とする。2 次方程式 $2x^2 - 2(m-1)x + 1 = 0$ が $0 < x < 2$ に異なる 2 つの実数解をもつとき、 m の値の範囲を求めよ。

(2019 日本大)

12. a, b を実数の定数とする。 $a > 0$ とする 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解 α, β が $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1, (\alpha - \beta)^2 = 5$ を満たすとき、 a, b の値を求めよ。

(2019 日本大)

13. $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{ は整数}\}$ を全体集合とする。また、 $A = \{x \mid x \geq 5, x \text{ は } U \text{ の要素}\}$, $B = \{x \mid x^2 - 10x + 21 \leq 0, x \text{ は } U \text{ の要素}\}$ とする。 $A \cap B$ の要素の個数は [ア] 個であり、 $\overline{A \cap B}$ の要素の個数は [イ] 個である。

(2019 関東学院大)

14. 放物線 $y = 2x^2 + 3x + 4$ を、 x 軸方向に [ア], y 軸方向に - [イ] 平行移動して得られる放物線は $y = 2x^2 - x$ である。

(2019 関東学院大)

15. k を実数の定数とする。 x についての 2 次方程式 $6x^2 - 13x + k = 0$ の 1 つ解が $x = \frac{17}{2}$ であるとき、 k の値を求めよ。また、もう 1 つの解はいくらか。

(2019 関東学院大)

16. 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $x^2 - 5|x| + 6 > 0$ の解を求めよ。

(2) 2 次方程式 $x^2 - 2x + 3 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、 $\frac{\alpha}{1-\beta}, \frac{\beta}{1-\alpha}$ を解にもつ 2 次方程式を求めよ。

(3) a, b, c は定数とする。座標平面上で、頂点の座標が $(1, 3)$ である放物線 $y = ax^2 + bx + c$ が直線 $y = 2x$ に接している。このとき、 a, b, c の値を求めよ。また、接点の座標を求めよ。

(2019 金沢工業大)

17. 関数 $y = 2^{2x} - 2^{x+2} + 2$ は x の値が [] のとき最小値をとる。

(2019 京都産業大)

18. 2つの集合 A, B があり、 $A = \{x \mid x \text{ は実数}, |x-3| \geq 1\}$, $B = \{x \mid x \text{ は整数}, x^2 - (a+2)x + 2a \leq 0\}$ (a は $a > 2$ の定数) である。集合 $A \cap B$ に整数がちょうど4個含まれるような a のとり得る値の範囲は [ア] $\leq a <$ [イ] である。

(2019 同志社女子大)

19. x を実数とする。 $(|x|+1)(|x-2|+1) = 4$ を満たす x を求めよ。

(2019 甲南大)

20. 次の条件を満たす2次関数をそれぞれ求めよ。

(1) グラフの頂点が点 $(2, -1)$ で、点 $(4, 3)$ を通る。

(2) グラフの軸が $x = 3$ で、2点 $(4, 1)$, $(1, -5)$ を通る。

(3) x^2 の係数が2であり、定義域を実数全体としたときの最小値が -7 、定義域を $x \leq 0$ としたときの最小値が11である。

(2019 岡山理科大)

21. 定数 a は実数とする。2つの2次方程式 $\begin{cases} x^2 + 2x + a = 0 \\ -x^2 + ax + 2 = 0 \end{cases}$ を同時に満たす x がある

とき、 a の値を求めよ。

(2019 広島工業大)

22. 2次関数 $f(x) = x^2 - 2a^2x + a^4 + \frac{5}{81}$ の区間 $[0, a]$ における最小値が $\frac{7}{27}$ となる正の実数 a はいくらか。

(2019 防衛医科大)

23. 2つの2次関数 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = -x^2 + 2ax - a^2 - 1$ がある (a は実数)。曲線 $C_1: y = f(x)$ と $C_2: y = g(x)$ の共通の接線のうち、傾きが負の方を l_1 とする。 l_1 の y 切片が -24 であるとき、 C_2 と l_1 の交点は (α, β) である。このとき、 α と β の積はいくらか。

(2019 防衛医科大)

解答

1. $\frac{19}{36}$

2. $-150 - 50\sqrt{17} \leq t \leq -200, -100 \leq t \leq -150 + 50\sqrt{17}$

3. $a = -\sqrt{2}, -1 \leq a \leq 0, a = \sqrt{2} - 1$

4. $A = \{-2, -1, 0\}$ 反例: $x = 0$

5. $a < -1, 8 < a$

6. $-2, -1, 0$

7. $y = 10x - 50, y = -2x - 2$

8. $\text{ア } b^2 + 4ac > 0$ $\text{イ } \frac{b}{2a}$ $\text{ウ } at^2 + c$ $\text{エ } -t$

9. $-4 - 2\sqrt{5} \leq a \leq -4 + 2\sqrt{5}, a \geq 2$

10. $(a, b, c) = (-2, 4, -2)$

11. $1 + \sqrt{2} < m < \frac{13}{4}$

12. $(a, b) = (1, -1)$

13. $\text{ア } 3$ $\text{イ } 2$

14. $\text{ア } 1$ $\text{イ } -3$

15. $k = -323$ $x = -\frac{19}{3}$

16. (1) $x < -3, -2 < x < 2, 3 < x$ (2) $2x^2 - 4x + 3 = 0$ (3) $(a, b, c) = (1, -2, 4)$,
接点: $(2, 4)$

17. $x = 1$

18. $\text{ア } 6$ $\text{イ } 7$

19. $x = \sqrt{5}, 1, 2 - \sqrt{5}$

20. (1) $y = (x - 1)^2 - 1$ (2) $y = -2(x - 3)^2 + 3$ (3) $y = 2(x - 3)^2 - 7$

21. $a = -2, 1$

22. $a = \frac{4}{3}$

23. $-\frac{26}{5}$