共通テスト対策問題

1. 関数 $f(x)=x^3-6x^2-15x+30$ について考える。$y=f(x)$ グラフを C とおく。

(1) $f(x)$ は $x=$[アイ]で極大値[ウエ], $x=$[オ]で極小値[カキク]をとる。

(2) C 上の点 $(-3,-6)$ を通り、C に接する直線の方程式は

$y=$[ケコ]$x+$[サシス]と $y=-\frac{[\text{セソ}]}{[\text{タ}]}x-\frac{[\text{チツテ}]}{[\text{ト}]}$ である。

（2025　北海道大）

2. 平面上で、中心が P(0 , 2) で半径が 1 の円と、放物線 $y=x^2+a$ (a は定数)が、異なる 2 点で接している。ただし、円と放物線がある点で接するとは、その点における円の接線と放物線の接線が一致することであり、その点を接点という。次の問いに答えよ。

問 1　a の値は $\frac{[\text{ア}]}{[\text{イ}]}$ である。

問 2　2 つの接点を A , B とする。ただし、A の x 座標を負としたとき、$x=-\frac{\sqrt{[\text{ウ}]}}{[\text{エ}]}$ で、B の x 座標は $x=\frac{\sqrt{[\text{ウ}]}}{[\text{エ}]}$ である。よって線分 PA , PB と放物線で囲まれた図形の面積は $\frac{[\text{オ}]\sqrt{[\text{カ}]}}{[\text{キ}]}$ である。

（2024　琉球大）

3. 放物線 $C: y=x^2$ 上を動く 2 点 $\mathrm{P}(s,s^2), \mathrm{Q}(t,t^2)$ を考える。ただし、$s<0<t$ とする。P を通り、P における C の接線と垂直に交わる直線を l_{p} とする。また、Q を通り、Q における C の接線と垂直に交わる直線を l_{Q} とする。さらに、l_{Q} は l_{p} と垂直に交わるとする。以下の問いに答えよ。

(1) l_{p} の方程式を s を用いて表すと、$y=-\frac{1}{[\text{ア}]s}x+s^2+\frac{1}{[\text{イ}]}$ である。

(2) l_{Q} の方程式を s を用いて表すと、$y=[\text{ウ}]sx+\frac{1}{[\text{エオ}]s^2}+\frac{1}{[\text{カ}]}$ である。

(3) l_{p} と l_{Q} の交点を $\mathrm{R}(x_0,y_0)$ とする。x_0, y_0 を s を用いて表すと、

$x_0=\frac{1}{[\text{キ}]}\left(s-\frac{1}{[\text{ク}]s}\right), y_0=s^2+\frac{1}{[\text{ケコ}]s^2}+\frac{1}{[\text{サ}]}$ である。

(4) (3)の y_0 が最小となる s の値は $-\frac{[\text{シ}]}{[\text{ス}]}$ である。

（2023　岡山大）

4. a , b , c を実数とし、$a \neq 0$ とする。2 次関数 $f(x)$ を $f(x) = ax^2 + bx + c$ で定める。曲線 $y = f(x)$ は点$(2, 2 - \frac{c}{2})$ を通り、$\int_0^3 f(x) = \frac{9}{2}$ をみたすとする.以下の問に答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を a を用いて表すと、$f(x) = ax^2 + ([\ ア\ ] - [\ イ\ ]a)x\ (a \neq 0)$ である。

(2) 点$(1, f(1))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする。直線 l の方程式を a を用いて表すと、$y = x - [\ ウ\ ]$である。

(3) $0 < a < \frac{1}{2}$ とする。(2)で求めた直線 l の $y \geqq 0$ の部分と曲線 $y = f(x)$ の $x \geqq 0$ の部分および x 軸で囲まれた図形の面積 S は $a = \frac{[エ]}{[オ]}$ のとき、最大値 $\frac{1}{[カキ]}$ となる。

（2019 神戸大）

5. a を正の実数とする。放物線 $y = 1 - x^2$ 上の点$(a, 1 - a^2)$ における接線を l とする。l と x 軸の交点を A， l と直線 $y = 1$ の交点を B とし、点$(0, 1)$ を C とする。原点を O とし、台形 OABC の面積を $S(a)$とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $S(a)$を a の式で表すと、$\frac{[ア]a^2 + [イ]}{[ウエ]}$ である。

(2) $S(a)$の最小値は$a = \frac{1}{\sqrt{[オ]}}$ のとき、$\frac{1}{\sqrt{[カ]}}$である。

（2024　小樽商科大）

6. 2 つの放物線

$$C_1 : y = 2x^2, C_2 : y = 2x^2 - 8x + 16$$

の両方に接する直線を l とする。以下の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式は $y = [\ ア\ ]x - [\ イ\ ]$である。

(2) 2 つの放物線 C_1, C_2 と直線 l で囲まれた図形の面積は $\frac{[ウ]}{[エ]}$ である。

（2024　九州大）

7. a を正の実数とし、放物線 $C : -x^2 - 2ax - a^3 + 10a$ を考える。以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C と直線 $l : y = 8x + 6$ が接するような a の値を求めると、 $a = [\ ア\ ]$である。

(2) a が(1)で求めた値のとき、放物線 C, 直線 l, y 軸で囲まれた図形の面積は[イウエ]となる。

（2021　九州大）

8. $a \geqq 0$ とする。2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2, C_2 : y = 3(x - a)^2 + a^3 - 40$$

を考える。 以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような定数 a の値の範囲は$[\ ア\ ] \leqq a < [\ イ\ ]$である。

(2) a が(1)で求めた範囲を動くとき、C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S の最大値は[ウエオ]である。

（2020　九州大）

9. a , b を実数とし、放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ を C_1 , 放物線 $y=-(x-a)^2+b$ を C_2 とする。

(1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるための a , b の条件は $b>\frac{1}{[ア]}a^2$ である。

以下、C_1 と C_2 は異なる 2 点で交わるとし、C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。

(2) $S=16$ となるための a , b の条件は $b=\frac{[イ]}{[ウ]}a^2+[\ エ\ ]$である。

(3) a , b は $b \leqq a+3$ を満たすとする。このとき S の最大値は $\frac{[オ]\sqrt{[カキ]}}{[ク]}$ となる。

（2022　名古屋大）

10. 座標平面において、$y=x^2-1$で表される放物線を C とする。C 上の点 P における C の接線を l とする。ただし、点 P は y 軸上にはないものとする。O を原点とし、放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S , 放物線 C と接線 l および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする。$S-T$ の最大値を求めよ。

（2025　大阪大）

解答

1	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	ー	1	3	8	5	ー	7	0	4	8
	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト
	1	3	8	3	3	4	1	2	3	4
2	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	3	4	3	2	3	3	4			
3	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	2	2	2	1	6	2	2	4	1	6
	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト
	4	1	2							
4	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	1	2	a	1	3	1	8			
5	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	2	1	4	a	2	2				
6	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	4	2	4	3						
7	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	5	2	4	3						
8	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	0	4	2	4	3					
9	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
	3	1	3	6	5	1	0	2		

10. $\frac{1}{3}$