

指数・対数関数の計算

1. 方程式 $\log_2(x+3) - \log_4(x+6) = 1$ を解け。

(2019 福島大)

2. 発芽率が2年毎に半減する $\left(\frac{1}{2}\right)$ になる種子がある。ここで、発芽率は下記の式で定める。

$$\text{※ 発芽率} = \frac{\text{発芽した種子数}}{\text{すべての種子数}}$$

現在の発芽率は b_0 であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 現在から8年後の発芽率を、 b_0 を用いて表せ。

(2) 発芽率 b_0 が $\left(\frac{1}{100}\right)b_0$ になる年数を、小数第5位を四捨五入して、小数第4位まで求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(2019 福島大)

3. x が不等式 $4^x + 2^x - 6 \leq 0$ を満たすとき、 2^x の値の範囲を求めよ。

(2019 福島大)

4. 実数 x, y が $2^x = 7^y = \sqrt{14}$ を満たすとき、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値を求めよ。

(2019 富山大)

5. 次の実数を小さい方から順に並べよ。また、その順になる理由を説明せよ。

$$\frac{1}{2}, \log_{50} 7, \sqrt[4]{0.13}$$

(2019 山梨大)

6. (1) n を自然数とする。 2^n が4桁の数になるときの n を求めよ。

(2) 5^{130} は何桁の数か。

(2019 札幌医科大学)

7. $9^{\log_3 5}$ の値を求めよ。

(2019 高崎経済大)

※ 8. xy 平面上の曲線 $y = a - ae^{-bx}$ が、点 $(1, 10)$ と点 $(2, 15)$ の 2 点を通るとき、定数 a, b を求めよ。

(2019 名古屋市立大)

9. a を正の定数とする。不等式 $a^{2x} + 6a^{-x} > 7$ を解け。

(2019 兵庫県立大)

10. 方程式 $(\log_2 x)^2 - 3\log_2 x^2 + 8 = 0$ を解け。

(2019 東北学院大)

11. a は自然数の定数とする。方程式 $\log_2(x^2 + 3x + 0.25) = a + \log_2 x$ が実数解のとき、 a のとり得る値の最小値を求めよ。

(2019 自治医大)

12. 関数 $f(x) = 2^{x+1} - \sqrt{2^x} + 1$ の最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(2019 千葉工業大)

13. $\log_4 8 + 2\log_{16} 8 - \log_2 32$ を簡単にせよ。また、方程式 $\log_3 x + \log_3(x - 6) = 3$ の解を求めよ。

(2019 北里大)

14. a は自然数とする。 a が 2 つの不等式
$$\begin{cases} \sqrt[3]{3} < \sqrt[6]{a} \\ \sqrt[6]{(a^3)^4 \times a^2 \div a^5} < 24\sqrt{3} \end{cases}$$
 を満たすとき、 a の値を求めよ。

(2019 慶応義塾大)

15. 方程式 $\log_2(x + 1) - \log_4(x + 4) = 1$ の解を求めよ。

(2019 慶応義塾大)

16. 次の 2 式
$$\begin{cases} p + q = 7 \\ 3^p \cdot 4^q = 32 \end{cases}$$
 を満たす実数 p, q を $\alpha = \log_2 3$ を用いて表せ。

(2019 慶応義塾大)

17. $x > 0, y > 0, xy = 8$ とする。積 $(\log_2 x) \cdot (\log_2 y)$ の最大値、およびそのときの x の値を求めよ。

(2019 工学院大)

18. $x^{\log_2 x} = 4x$ の解を求めよ。

(2019 駒澤大)

19. 方程式 $(\log_3 x)^2 = \log_3 9x$ を解け。

(2019 専修大)

20. x は実数とする。 $5^x - 5^{-x} = \frac{4}{\sqrt{5}}$ が成り立つとき、 $5^x + 5^{-x} = \frac{[\text{ア}]\sqrt{[\text{イ}]}}{[\text{ウ}]}$ であり、
 $x = \frac{[\text{エ}]}{[\text{オ}]}$ である。

(2019 東海大)

21. a, b, c は $a > 1, b > 1, c = ab$ を満たす実数とする。実数 x, y, z が $a^x = b^y = c^z$ を満たすとき、 $xy - yz - zx$ の値を求めよ。

(2019 東京女子大)

22. 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(3-x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x-2) - \log_3 2$ を解け。

(2019 日本大)

23. 不等式 $4 \cdot 4^x + 2^{x+4} + 3 \cdot 2^x - 5 \leq 0$ を満たす実数 x の範囲は $x \leq [\quad]$ である。

(2019 立教大)

24. $\log_2 3 \cdot \log_9 8 = [\quad]$ である。

(2019 神奈川大)

25. 連立方程式 $\begin{cases} \log_2 y = \log_2(x+5) - 1 \\ \log_4 y = \log_2(x-1) \end{cases}$ を解くと $x = [\quad]$ である。

(2019 神奈川大)

26. $\log_{1000} \sqrt{10000}$ の値を求めよ。また、 $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x - 15 = 0$ の解を求めよ。

(2019 関東学院大)

27. 不等式 $\left(\frac{1}{27}\right)^x - 7\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 6$ の解を求めよ。

(2019 金沢工業大)

28. 方程式 $\log_2(x-3) - \log_4(x+9) = 0$ を解くと $x = [\text{ア}]$ となる。

また、不等式 $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x+13) < 9$ を解くと $[\text{イ}] < x < [\text{ウエ}]$ となる。

(2019 中京大)

29. $3^x + 8 \cdot 3^{-x} = 6$ のとき、 $9^x + 3^{x+2}$ の値を求めよ。

(2019 名城大)

30. 関数 $y = 2^{2x} - 2^{x+2} + 2$ は x の値が $[\quad]$ のとき最小値をとる。

(2019 京都産業大)

31. 不等式 $2(\log_3 x)^2 - \log_3 x^3 - 2 < 0$ を満たす実数 x の値の範囲を求めよ。

(2019 京都産業大)

32. $x > y > 0$ とする。連立方程式 $\begin{cases} \log_6(x+y) = 2 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$ の解を求めよ。

(2019 同志社女子大)

33. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、 x についての方程式 $\log_3 \sin x + \log_3 \cos x + 2\log_3 2 - \frac{1}{2} = 0$ の解を求めよ。

(2019 立命館大)

34. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$ を小さい方から順に並べよ。

(2019 龍谷大)

35. $m^{\frac{1}{3^n}} + m^{-\frac{1}{3^n}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ のとき、 $m^n - m^{-n}$ はいくらか。ただし、 m, n はともに 1 以上の実数とする。

(2019 防衛医科大)

解答

1. $x = 3$
2. (1) $\frac{1}{16}b_0$ (2) 13.2890 年
3. $0 < 2^x \leq 2$
4. 2
5. $\log_{50} 7, \frac{1}{2}, \sqrt[4]{0.13}$
6. (1) $n = 10, 11, 12, 13$ (2) 91 桁
7. 25
8. $a = 20, b = \log 2$
9. $0 < a < 1$ のとき $x < \log_a 2, x > 0$ $a > 1$ のとき $x < 0, x > \log_a 2$
10. $x = 4, 16$
11. $m = 2$
12. 最小値 $\frac{7}{8}$ $x = -4$
13. -2 $x = 9$
14. $a = 10, 11$
15. $x = 5$
16. $p = \frac{9}{2-\alpha}, q = \frac{5-7\alpha}{2-\alpha}$
17. 最大値 $\frac{9}{4}$ $x = 2\sqrt{2}$ ($y = 2\sqrt{2}$)
18. $x = 4, \frac{1}{2}$
19. $x = 9, \frac{1}{3}$
20. ア 6 イ 5 ウ 5 エ 1 オ 2
21. 0
22. $5 - 2\sqrt{2} \leq x < 3$
23. $x \leq -2$
24. $\frac{3}{2}$
25. $x = 3, y = 4$
26. $\frac{5}{6}$ $x = \log_2 \frac{3}{2}$
27. $x \geq -1$
28. ア 7 イ 3 ウ 1 エ 9

29. 22, 52

30. 1

31. $\frac{\sqrt{3}}{3} < x < 9$

32. $x = 32, y = 4$

33. $x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$

34. $\sqrt[6]{6}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}$

35. $\frac{7\sqrt{2}}{4}$