1955 年	東京大学　数学入試問題

☆文科解析Ⅰ

【１】次の[　　]に適当な数を記入せよ。

二次函数$y=ax^2+bx+c$のグラフが三点$\left(-\frac{3}{2},0\right)$,$(-3,0)$,$(1,20)$を通るならば

a = [(1)] , b = [(2)] , c = [(3)] である。

従ってグラフが三点$\left(-\frac{3}{2},-3\right)$,$(-3,-3)$,$(1,17)$を通る二次函数は

y = [(4)] x^2 + [(5)] x + [(6)] である。

【２】次の[　　]の中に適当な数を記入せよ。

方程式$x^2+y^2-6x+8y=0$が表わす曲線は円でその中心のx座標は[(7)] , y座標は[(8)]，半径の長さは[(9)]，この円がx軸と交わる点をP , Qとするとき線分PQの長さは[(10)]，この円の周上の動点から直線$4x+3y=30$までの距離の最小値は[(11)]である。

【３】$a>b$なる任意の正数a , bに対して、次の各不等式が

常に成り立つならば、A,

常に成り立たないならば、B,

成り立つときもあり、成り立たないときもあるならば、C,

とそれぞれ答案用紙の所定の欄（省略）に記入せよ。

(12) $\frac{2a+b}{a+2b}>\frac{a}{b}$　　(13) $a+\frac{1}{a}>b+\frac{1}{b}$　　(14) $\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}}>\frac{b}{a}$

【４】次の[　　]に適当な数を記入せよ。

2^{45}は[(15)]桁の数である。

$\left(\frac{1}{5}\right)^{15}$を小数で表わせば、小数第[(16)]位に初めて0でない数字が現われる。

$(\cos 45°)^{25}$を小数で表わせば、小数第[(17)]位に初めて0でない数字が現われる。

但し、$\log_{10}2=0.3010$とする。

【５】$\sin(90°+\theta)$ = [(18)]θ

$\cos(\theta-90°)$ = [(19)]θ

$\tan(180°-\theta)$ = [(20)]θ

上の[　　]にはそれぞれ下記のもののうちのどれを入れればよいか。

A.　sin　　B.　cos　　C.　tan　　D.　cot

E.　－sin　　F.　－cos　　G.　－tan　　H.　－cot

☆文科幾何

【６】四角形に関する四組の条件が下に書いてある。右側の条件が、対応する左側の条件の必要十分条件ならば A , 必要条件であるが十分条件ではないならば B , 十分条件ではあるが必要条件ではないならば C , 必要条件でも十分条件でもないならば D とそれぞれ答案用紙の所定の欄（省略）に記入せよ。

(1)	台形である	円に内接する
(2)	対角線が互に他を二等分する	長方形である
(3)	等脚台形である	対角線の長さが等しい
(4)	対角線の長さが等しい平行四辺形である	長方形である

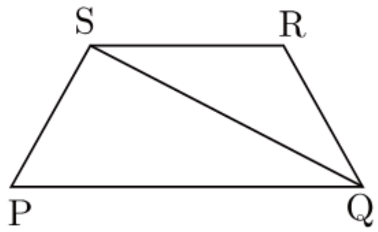
【７】右の図の四辺形 PQRS は等脚台形で、PS = 3 , PQ = 5 , ∠PSQ = 90°である。

(5)　RS の長さ

(6)　この台形の面積

(7)　PS , QR の延長の交点を T とするとき、ST の長さ

(8)　△TSR の面積



はそれぞれ次に書かれた数のどれに等しいか。

またどれにほぼ等しいか。

A.　6.54　B.　7.68　C.　2.8

D.　1.4　E.　1.17　F.　2.35

G.　0.75　H.　0.65　I.　0.84

J.　1.3　K.　15.36

【８】一平面上において、M , N を二つの定点 , P をこの平面上の動点 , k を与えられた正の定数とするとき、

(9)　PM + PN = k を満足する点の軌跡（但し MN < k）

(10)　PM ^{2} + PN ^{2} = k^2 を満足する点の軌跡（但し MN < $\sqrt{2}k$）

(11)　PM ∽ PN = k を満足する点の軌跡（但し k < MN）

(12)　$\frac{PM}{PN} = k$を満足する点の軌跡（但し $k \neq 1$）

はそれぞれ次にあげたどの図形か.

A.　直線　B.　半直線　C.　二つの直線

D.　円　E.　半円　F.　放物線

G.　楕円　H.　双曲線

☆理科･衛生看護学科解析Ⅰ

【９】次の[　　]に適当な数を記入せよ。

整式$ax^3 + bx^2 + cx + d$ を$x^2 - 1$ で割ると $6x + 2$ 余り、$x^2 + 1$ で割ると $2x + 8$ 余るならば、

a = [(1)] , b = [(2)] , c = [(3)] , d = [(4)] である。

【10】次の[　　]に適当な数を記入せよ。

座標面上に三点 P(3 , 4) , Q(2 , 24) , R(14 , 8)が与えられている。線分 PQ , PR を二辺とする平行四辺形の第四の頂点を S とすれば、S の x 座標は[(5)], y 座標は[(6)], 対角線の交点の x 座標は[(7)], y 座標は[(8)], 対角線 PS の長さは[(9)], この平行四辺形 PRSQ の面積は[(10)]である。

【11】不等式 [(11)] < [(12)] < [(13)] < [(14)] < [(15)] が成り立つように、次の各数値をならべるとき、[　　]の中にはそれぞれどれを入れればよいか。

A. 32　　B. $\log_3 0.6$　　C. $\log_2 \sqrt[3]{24}$

D. $\log_4 5$　　E. $\log_5 4$

【12】次の A 図から E 図までの五つの図はいずれも次の二次函数のどれかのグラフである。

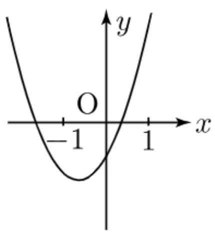
(i) $y = -ax^2 - bx - c$

(ii) $y = ax^2 - bx + c$

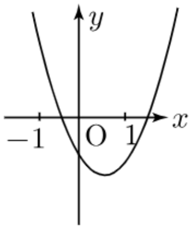
(iii) $y = -ax^2 + bx + c$

(iv) $y = ax^2 + bx - c$

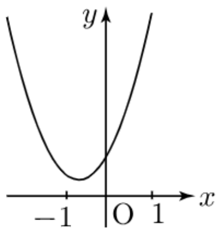
(v) $y = cx^2 + bx + a$



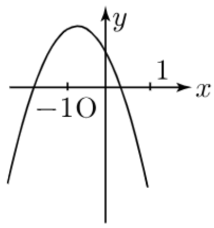
A 図



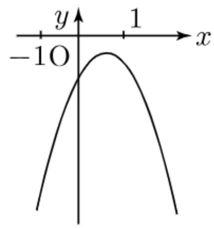
B 図



C 図



D 図



E 図

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図のようになるとして次の[　　]をみたせ。

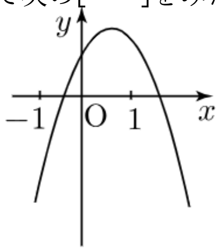
(i)のグラフは [(16)] 図,

(ii)のグラフは [(17)] 図,

(iii)のグラフは [(18)] 図,

(iv)のグラフは [(19)] 図,

(v)のグラフは [(20)] 図である。



☆理科･衛生看護学科幾何

【13】下の欄に書かれた右側の条件が対応する左側の条件の必要十分条件ならばＡ，必要条件ではあるが十分条件ではないならばＢ，十分条件であるが必要条件ではないならＣ，必要条件でも十分条件でもないならばＤとそれぞれ答案用紙の所定の欄（省略）に記入せよ。

(1)	一つの三角形の三辺を a , b , c とするとき	
	$a^2+b^2=c^2$	この三角形は c を斜辺とする直角三角形である。
(2)	△PQS において	
	∠P < ∠Q < ∠S	PQ > SP > QS。
(3)	四角形が	
	円に内接する。	円に外接する。
(4)	平面上の相異なる四点 P , Q , R , S が同一直線上にないとき、	
	PQ = SR かつ QR = PS	PQ∥SR かつ∥QR∥PS
(5)	a , b , c を三つの正数とするとき、	
	$b + c > a$	三辺の長さがそれぞれ a , b , c に等しい三角形を作ることができる。

【14】右の図のように円 O の直径 PQ の Q をこえた延長上に PQ に等しく QR をとり、R から円 O に一つの接線をひきその接点を T とする。PQ=1 とすれば

(12)　RT の長さ　　(13)　PT：QT の値

(14)　PT の長さ　　(15)　QT の長さ

(16)　△PTR の面積

はそれぞれ次のどれであるか.

A. $\sqrt{5}$　B. $\sqrt{3}$　C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{\frac{2}{5}}$　E. $\sqrt{\frac{3}{5}}$　F. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

G. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　H. $\sqrt{\frac{2}{3}}$　I. $\frac{1}{2}$

J. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　K. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【15】直交する二定直線 a , b が決定する平面上で

(17) a , b までの距離の二乗の差が正の一定値であるような点の軌跡

(18) a , b までの距離の二乗の和が正の一定値であるような点の軌跡

(19) a , b までの距離の和が正の一定値であるような点の軌跡

(20) a , b までの距離の積が正の一定値であるような点の軌跡

はそれぞれ次にあげたどの図形か。

A.　直線　　B.　二つの半直線

C.　二つの直線　　D.　正方形の四辺

E. 円　　　　　　F. 半円周

G. 放物線　　　　H. 二つの放物線

I. 楕円　　　　　J. 双曲線

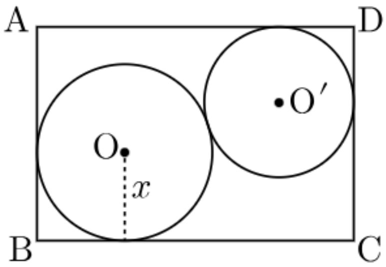
K. 二つの双曲線

☆2 次試験･解析 I

【16】任意の実数 x , y に対して、不等式 $x^2+4xy+4y^2+10x+ay+b>0$ がつねに成り立つために定数 a , b の満足すべき条件を求めよ。

【17】二つの二次方程式 $x^2+x\cos\theta+\sin\theta=0$, $x^2+x\sin\theta+\cos\theta=0$ が少くとも一つの実根を共有するとき、θ の値を求めよ。ただし $0° \leqq \theta < 360°$ とする。

【18】図のように長方形 ABCD の中にたがいに外接する二円 O , O′があって、円 O は AB と BC に接し、円 O′は AD と DC に接する。
このとき二円の面積の和を円 O の半径 x の函数 $f(x)$ と考えてそのグラフをえがきその函数の最大値と最小値を求めよ。
ただし、AB = $8a$, BC = $9a$ とする。



☆2 次試験･解析 II

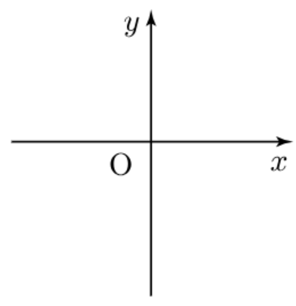
【19】　次の函数のグラフをえがけ.

(i)　$y=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{n+1}+x^{-n-1}}{x^n+x^{-n}}$　ただし $x \neq 0$ とする。

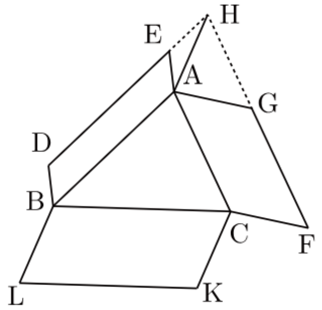
(ii)　$y=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\cos^2\pi x+n\sin^2\pi x}$

【20】直交座標に関し、四点 O(0 , 0) , A(1 , 0) , B(1 , 1) , C(0 , 1)を頂点とする正方形がある。$x>0$, $y>0$, $xy=2$ となるように二点 P(x , 0) , Q(0 , y)をとるとき、△OPQ と正方形 OABC との共通部分の面積の最大値を求めよ。

【21】右の図のようにとった直交軸に関し、直線 $y=x$ より上 , 曲線 $y=x^3$ より下 , 直線 $x=a$ より左にある平面の部分の面積を求め、それを a の函数と考えてそのグラフをえがけ。



☆2 次試験・幾何



【22】任意の三角形 ABC の外側に、辺 AB , AC をそれぞれ一辺とする平行四辺形 ABDE , ACFG を任意に作り、直線 DE , FG の交点を H とする。

次に△ABC の辺 BC を一辺として平行四辺形 BCKL を CK∥HA , CK = HA となるように作れば

▱ABDE + ▱ACFG = ▱BCKL となることを証明せよ。

【23】定直線 l とこれに接する定円 O とがある。この円の任意の直径の両端を通り定直線 l に接する円の中心の軌跡を求めよ。またその図をえがけ。

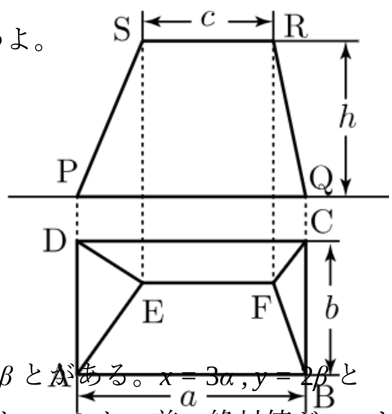
【24】空間にある正三角形を一つの平面上に正射影したとき、三辺の長さがそれぞれ 2 , 3 , $2\sqrt{3}$ であるような三角形がえられた。もとの正三角形の一辺の長さはいくらか。

☆2 次試験・一般数学

【25】ある人が A 円を預金しその後一年目ごとに $\frac{A}{10}$ 円ずつ引き出すとする。利息は年 8%の利率で、一年ごとの複利で計算するとすれば、何回引き出したときにはじめて残りが $\frac{A}{10}$ 円未満となるか。ただし、$\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

【26】右の図のような投影図をもち、平面で囲まれた立体の体積を求めよ。

ただし四角形 ABCD は長方形である。



【27】10 個の数字 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 のどれかをとる変数 α と β とがある。$x = 3\alpha$, $y = 2\beta$ とし、これらを四捨五入して得られる整数をそれぞれ a , b とする。$x + y$ と $a + b$ との差の絶対値が 0.5 より小さくなる確率を求めよ。

ただし α と β とは互に独立で、どの数字をとる確率もすべて等しいとする。